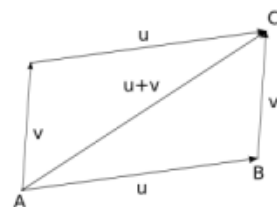
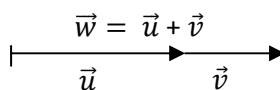
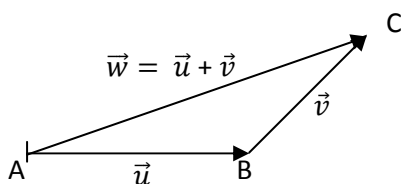


Vektory 2

1. Součet vektorů

Graficky a numericky



$$\vec{u} = (3, 4), \vec{v} = (2, 5), \vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (5, 9)$$

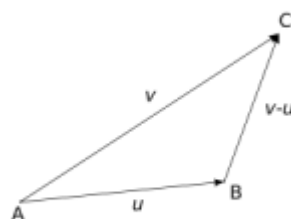
2. Rozdíl vektorů

Příklad

Vypočítejte součet a rozdíl vektorů $u = (3; 1)$ a $v = (2; -2)$.

Řešení

- $u + v = (3 + 2; 1 - 2) = (5; -1)$,
- $u - v = u + (-v) = (3 - 2; 1 + 2) = (1; 3)$.



3. Násobení vektoru číslem

Násobek nulového vektoru **reálným číslem** k je nulový vektor.

Násobek nenulového vektoru $u = B - A$ **reálným číslem** k je vektor $v = C - A$, přičemž C je bod, pro který platí

1. $|AC| = |k| \cdot |AB|$
2. Je-li $k \geq 0$, leží bod C na polopřímce AB ; je-li $k < 0$, leží bod C na polopřímce opačné k polopřímce AB .

Násobení vektoru u číslem k zapisujeme $v = ku$.

Příklad

Vypočítejte souřadnice vektoru $u = v + 2w$, kde $v = (2; 1; -3)$ a $w = (2; 3; 1)$.

Řešení

- $u = (2; 1; -3) + 2(2; 3; 1)$,
- $u = (2; 1; -3) + (4; 6; 2)$,
- $u = (6; 7; -1)$.

4. Lineární kombinace vektorů

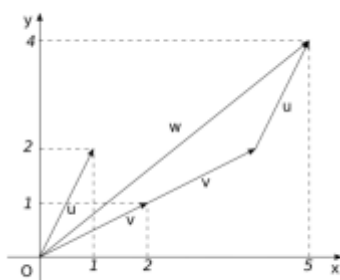
Mějme vektory u, v, w , které jsou všechny buď v rovině, nebo v prostoru. Vektor $z = au + bv + cw$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}$, se nazývá **lineární kombinace vektorů u, v, w** .

Příklad 1

Určete, zda vektor $w = (5; 4)$ je lineární kombinací vektorů $u = (1; 2)$ a $v = (2; 1)$.

Řešení

- Aby náš zadaný vektor w byl lineární kombinací vektorů u a v , musel by splňovat následující podmínku: $w = au + bv$, pro nějaká $a, b \in \mathbb{R}$. Protože vektory jsou si rovny, pokud se rovnají jejich souřadnice, hledáme reálná čísla a a b taková, aby platilo $(5; 4) = a(1; 2) + b(2; 1)$. Tedy
$$5 = a + 2b,$$
$$4 = 2a + b.$$
- Chceme najít řešení výše uvedené soustavy dvou rovnic o dvou neznámých. Z druhé rovnice vyjádříme $b = 4 - 2a$ a získáme
$$5 = a + 8 - 4a.$$
- Z toho jednoduše dostaneme řešení soustavy $a = 1$ a $b = 2$.
- Soustava má řešení, proto je vektor w lineární kombinací vektorů u a v a platí $w = u + 2v$. To znamená, že jej získáme součtem vektoru u s dvojnásobkem vektoru v . Podívejte se na *obr. 2.4*.



Obr. Lineární kombinace vektorů

Příklad 2

Určete, zda je vektor $w = (4; 5)$ je lineární kombinací vektorů $u = (2; -1)$ a $v = (-4; 2)$.

Řešení

- Podobně jako v předcházejícím příkladě hledáme reálná čísla a, b taková, aby $w = au + bv$. Po rozepsání v souřadnicích hledáme řešení rovnic
$$4 = 2a - 4b,$$
$$5 = -a + 2b.$$
- Když k první rovnici přičteme dvojnásobek druhé rovnice, získáme následující rovnost
$$4 + 10 = 2a - 4b - 2a + 4b,$$
$$14 \neq 0.$$
- Soustava nemá řešení a hledaná a, b neexistují, proto vektor w není lineární kombinací vektorů u a v .

5. Skalární součin vektorů

Skalární součin dvou vektorů $u = (u_1; u_2)$, $v = (v_1; v_2)$ v rovině je číslo $u_1v_1 + u_2v_2$.

Skalární součin vektorů u a v zapisujeme jako uv nebo $u \cdot v$.

Příklad

Vypočítejte skalární součin vektorů $u = (1; -2)$ a $v = (2; -3)$.

Řešení

- $uv = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-3) = 2 + 6 = 8$

Věta

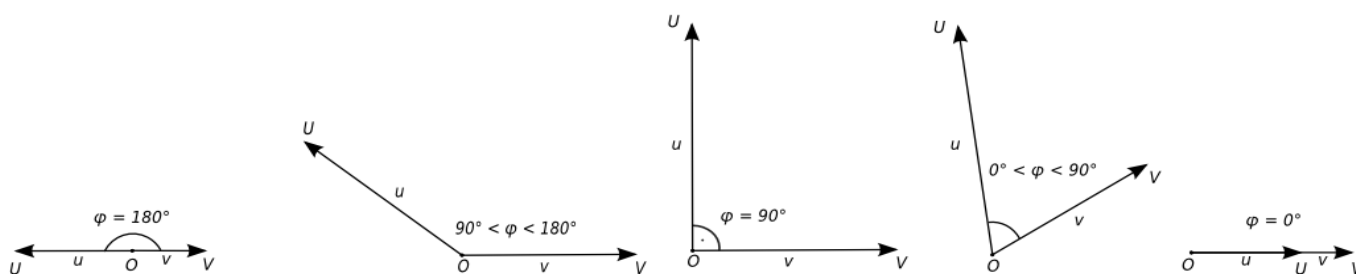
Pro každé vektory u, v, w (v rovině i v prostoru) a každé reálné číslo r platí:

- $uv = vu$;
- $(ru)v = r(uv)$;
- $w(u + v) = wu + wv$.

6. Odchylka dvou vektorů

Definice

Mají-li dva nenulové vektory u, v umístění OU, OV , nazývá se velikost konvexního úhlu UOV **odchylka vektorů** u, v . Jsou-li přímky OU, OV navzájem kolmé, říkáme, že i vektory u, v jsou navzájem kolmé.



Obr. : Odchylka vektorů

Věta

Pro dva nenulové vektory u, v v rovině nebo v prostoru a jejich odchylku φ platí:

$$uv = |u| \cdot |v| \cos \varphi, \varphi \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle.$$

Věta

Pro každé dva vektory u, v v rovině nebo v prostoru platí, že $uv = 0$ právě tehdy, když je alespoň jeden z vektorů je nulový vektor nebo když jsou oba dva vektory nenulové a navzájem kolmé.